

# CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC THĂNG TIẾN THĂNG LONG

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM  
TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM 2014-2015  
MÔN THI: TOÁN (Không Chuyên)  
Thời gian: 120 phút

## Câu I: (2 điểm)

- a) Giải phương trình:  $(3-x)\sqrt{(3+x)(9+x^2)} = 4\sqrt{5(3-x)}$
- b) Tính  $\frac{x}{y}$  biết  $x > 1$ ;  $y < 0$  và  $\frac{(x+y)(x^3-y^3)\sqrt{(1-\sqrt{4x-1})^2}}{(1-\sqrt{4x-1})(x^2y^2+xy^3+y^4)} = -6$

## Câu II: (2 điểm)

- a) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} (x^2-y+2)\left(\sqrt{(x^2+9)(y+7)}-15\right)=0 \\ \sqrt{x^2+9}+\sqrt{y+7}=8 \end{cases}$

- b) Hình thoi ABCD có diện tích là  $18\sqrt{3}(m^2)$ ,  $\Delta ABD$  đều. Tính chu vi hình thoi và bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$

## Câu III: (2 điểm) Cho phương trình: $\frac{mx^2 + (m-3)x + 2m-1}{x+3} = 0 \quad (1)$

- a) Giải phương trình (1) khi  $m = -1$
- b) Tìm  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho:  $21x_1 + 7m(2 + x_2 + x_2^2) = 58$

## Câu IV: (1 điểm)

- a) Gọi  $x = \frac{a+b}{2}; y = \sqrt{ab}$  lần lượt là trung bình cộng và trung bình nhân của hai số dương  $a, b$ .

Biết trung bình cộng của  $x$  và  $y$  bằng 100. Tính  $S = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

- b) Giả sử hai đại lượng  $x$  và  $y$  tỷ lệ nghịch ( $x, y$  luôn dương). Nếu  $x$  tăng  $a\%$  thì  $y$  giảm  $m\%$ . Tính  $m$  theo  $a$ .

## Câu V: (3 điểm) Hình vuông ABCD có $AB = 2a$ , AC cắt BD tại I. Gọi T là đường tròn (CID), BE tiếp xúc với T tại E (E khác C), DE cắt AB tại F.

- a) Chứng minh  $\Delta ADE$  cân. Tính AF theo a.
- b) BE cắt AD tại P. Chứng minh: đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABP$  tiếp xúc với CD. Tính  $\frac{AP}{PD}$
- c) AE cắt T tại M (M khác E). Tính AM theo a.

 **HẾT** 

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu I: (2 điểm)

a) Giải phương trình:  $(3-x)\sqrt{(3+x)(9+x^2)} = 4\sqrt{5(3-x)}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0; 3+x \geq 0 \\ (3-x)^2(3+x)(9+x^2) = 16.5(3-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ (3-x)(9-x^2)(9+x^2) = 80(3-x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ (3-x)(81-x^4)-80(3-x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ (3-x)(81-x^4-80) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ (3-x)(1-x^4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ 3-x = 0 \\ 1-x^4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ x=3 \\ x=-1 \text{ (nhận)} \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy  $S = \{3; 1; -1\}$

b) Tính  $\frac{x}{y}$  biết  $x > 1; y < 0$  và  $\frac{(x+y)(x^3-y^3)\sqrt{(1-\sqrt{4x-1})^2}}{(1-\sqrt{4x-1})(x^2y^2+xy^3+y^4)} = -6$

Vì  $x > 1; y < 0$  nên  $\frac{x}{y} < 0, \sqrt{4x-1}-1 > \sqrt{4.1-1}-1 > 0$

Ta có:  $\frac{(x+y)(x^3-y^3)\sqrt{(1-\sqrt{4x-1})^2}}{(1-\sqrt{4x-1})(x^2y^2+xy^3+y^4)} = -6 \Leftrightarrow \frac{(x^2-y^2)(x^2+xy+y^2)|1-\sqrt{4x-1}|}{(1-\sqrt{4x-1})y^2(x^2+xy+y^2)} = -6$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-y^2}{y^2} = 6 \Leftrightarrow \frac{x^2}{y^2}-1 = 6 \Leftrightarrow \frac{x^2}{y^2} = 7 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^2 = 7 .$$
 Mà  $\frac{x}{y} < 0 .$  Do đó:  $\frac{x}{y} = -\sqrt{7}$

Câu II: (2 điểm)

a) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} (x^2-y+2)\left(\sqrt{(x^2+9)(y+7)}-15\right)=0 \\ \sqrt{x^2+9}+\sqrt{y+7}=8 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y+7 \geq 0 \\ x^2-y+2=0 \\ \sqrt{(x^2+9)(y+7)}-15=0 \\ \sqrt{x^2+9}+\sqrt{y+7}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq -7 \\ x^2-y+2=0 \text{ và } \sqrt{x^2+9}+\sqrt{y+7}=0 \quad (1) \\ \sqrt{(x^2+9)(y+7)}-15=0 \text{ và } \sqrt{x^2+9}+\sqrt{y+7}=0 \quad (2) \end{cases}$$

# CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC THĂNG TIẾN THĂNG LONG

**Điều kiện :**  $y \geq -7$

**Giải (1) :**

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y - 2 \\ \sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{y + 7} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y - 2 \\ \sqrt{y + 7} + \sqrt{y + 7} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y - 2 \\ 2\sqrt{y + 7} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y - 2 \\ \sqrt{y + 7} = 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y - 2 \\ y + 7 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y - 2 \\ y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{7}; y = 9 \\ x = -\sqrt{7}; y = 9 \end{cases} \end{aligned}$$

**Giải (2) :**

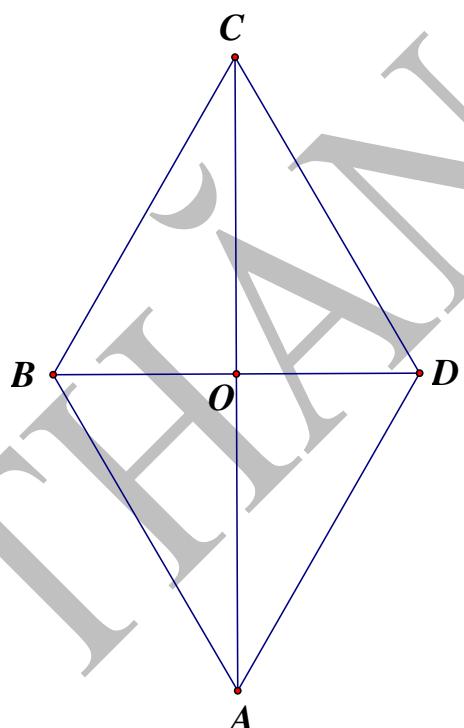
$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 9} \cdot \sqrt{y + 7} = 15 \\ \sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{y + 7} = 8 \end{cases} \quad \text{Đặt : } u = \sqrt{x^2 + 9}; v = \sqrt{y + 7} \quad (u; v \geq 0)$$

Ta có :  $\begin{cases} u \cdot v = 15 \\ u + v = 8 \end{cases}$  Do đó theo định lý Vi-ét đảo thì  $u, v$  là nghiệm (nếu có) của phương trình :

$$t^2 - 8t + 15 = 0 \Leftrightarrow (t-3)(t-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=5 \end{cases} \quad \text{Do đó : } \begin{cases} \sqrt{x^2 + 9} = 3; \sqrt{y + 7} = 5 \\ \sqrt{x^2 + 9} = 5; \sqrt{y + 7} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = 18 \\ x = 4; y = 2 \\ x = -4; y = 2 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (\sqrt{7}; 9); (-\sqrt{7}; 9); (0; 18); (4; 2); (-4; 2)$

b) Hình thoi ABCD có diện tích là  $18\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)}$ ,  $\Delta ABD$  đều. Tính chu vi hình thoi và bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$



Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có:

$$\begin{cases} AC \perp BD, OA = OC = \frac{AC}{2} \quad (\text{tính chất hình thoi ABCD}) \\ AB = BC = CD = DA \quad (\text{ABCD là hình thoi}) \\ AB = BD = AD \quad (\Delta ABD \text{ đều}) \end{cases}$$

Mà  $OA = AB \cdot \sin ABO = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$ .

Nên  $AC = 2 \cdot OA = \sqrt{3} \cdot AB$

$$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot AB \cdot AB}{2} = 18\sqrt{3} \Leftrightarrow AB^2 = 36 \Leftrightarrow AB = 6 \text{ (m)} \quad (\text{Vì } AB > 0)$$

$$CV(ABCD) = AB \cdot 4 = 24 \text{ (m)}$$

# CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC THĂNG TIẾN THĂNG LONG

Ta có:  $AD = BD = CD = 6\text{m} \Rightarrow \Delta ABC$  nội tiếp đường tròn tâm D, bán kính 6m

Câu III: (2 điểm) Cho phương trình:  $\frac{mx^2 + (m-3)x + 2m - 1}{x+3} = 0$  (1)

a) Giải phương trình (1) khi  $m = -1$

Thay  $m = -1$  vào pt (1), ta được:

$$\frac{-x^2 - 4x - 3}{x+3} = 0 \Leftrightarrow \frac{(x+1)(x+3)}{x+3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 \neq 0 \\ (x+1)(x+3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Vậy  $S = \{-1\}$

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  sao cho:

$$21x_1 + 7m(2 + x_2 + x_2^2) = 58$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ mx^2 + (m-3)x + 2m - 1 = 0 (*) \end{cases}$$

(1) có hai nghiệm phân biệt khi (\*) có hai nghiệm phân biệt khác -3

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = (m-3)^2 - 4m(2m-1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 7m^2 + 2m - 9 < 0 \\ 9m - 3(m-3) + 2m - 1 \neq 0 \end{cases} \\ 8m + 8 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (m-1)(7m+9) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{7} < m < 1; m \neq 0; m \neq -1$$

Theo hệ thức Vi-ét, ta có:  $x_1 + x_2 = \frac{3-m}{m}; x_1 x_2 = \frac{2m-1}{m}$

Vì  $x_2$  là nghiệm của phương trình nên  $mx_2^2 + (m-3)x_2 + 2m - 1 = 0$

$$\text{Do đó: } 21x_1 + 7m(2 + x_2 + x_2^2) = 58 \Leftrightarrow 21x_1 + 7[mx_2^2 + (m-3)x_2 + 2m - 1] + 21x_2 + 7 = 58$$

$$\Leftrightarrow 21x_1 + 21x_2 + 7 = 58 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = \frac{17}{7}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{m} = \frac{17}{7} \Leftrightarrow 21 - 7m = 17m \Leftrightarrow 24m = 21 \Leftrightarrow m = \frac{7}{8} (\text{nhận})$$

Vậy khi  $m = \frac{7}{8}$  thì thỏa đề.

Câu IV: (1 điểm)

a) Gọi  $x = \frac{a+b}{2}; y = \sqrt{ab}$  lần lượt là trung bình cộng và trung bình nhân của hai số dương a,

b. Biết trung bình cộng của x và y bằng 100. Tính  $S = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Ta có:  $\frac{x+y}{2} = 100 \Rightarrow \frac{a+b}{2} + \sqrt{ab} = 200 \Leftrightarrow (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = 400$ . Mà  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$

Nên  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 20$

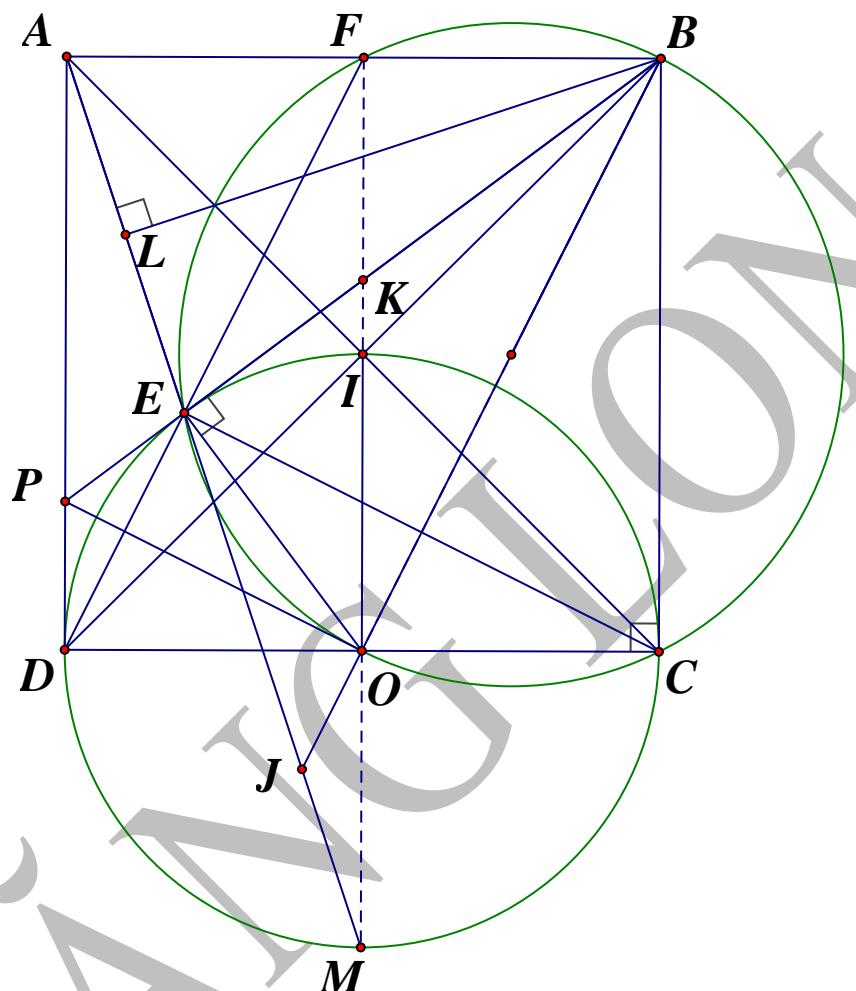
b) Giả sử hai đại lượng x và y tỷ lệ nghịch ( $x, y$  luôn dương). Nếu x tăng a% thì y giảm m%.  
Tính m theo a.

CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC THĂNG TIẾN THĂNG LONG

**Do x, y tỷ lệ nghịch. Nếu x tăng a% thì y giảm m%. Do đó:  $(x+x.a\%)(y-y.m\%)=xy$**

$$\text{Vì } x, y > 0. \text{ Nên } (1+a\%)(1-m\%) = 1 \Leftrightarrow 1 - \frac{m}{100} = \frac{100}{100+a} \Leftrightarrow m = \frac{100a}{100+a}$$

Câu V: (3 điểm) Hình vuông ABCD có  $AB = 2a$ , AC cắt BD tại I. Gọi T là đường tròn (CID), BE tiếp xúc với T tại E (E khác C), DE cắt AB tại F.



a) Chứng minh  $\Delta ADE$  cân. Tính  $AF$  theo a.

**Gọi O là tâm của đường tròn T.**

Ta có:  $AC \perp BD$  tại I. Nên tâm O của đường tròn T là trung điểm của CD.

**BE, BC là tiếp tuyến của đường tròn T**

$$\Rightarrow \begin{cases} BE = BC \\ BO \text{ là tia phân giác của } EBC \\ OB \text{ là tia phân giác của } EOC \end{cases}$$

$\triangle ABC$  cân tại B có: BO là đường phân giác nên BO cũng là đường cao  $\Rightarrow OB \perp EC$   
Mà  $DE \perp EC$ . Nên  $DF \parallel OB$ .

Tứ giác DFBO là hình bình hành  $\Rightarrow BF = OD = \frac{CD}{2} = a$ . Mà  $AB = 2a$ . Nên  $AF = a$

Ta có:  $AB = BE (= BC) \Rightarrow \Delta ABE$  cân tại B.

# CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC THĂNG TIẾN THĂNG LONG

b) BE cắt AD tại P. Chứng minh: đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABP$  tiếp xúc với CD. Tính  $\frac{AP}{PD}$

Chứng minh được: O, I, F thẳng hàng.

Cách 1:

$\left\{ \begin{array}{l} OB \text{ là tia phân giác của } EBC \\ OP \text{ là tia phân giác của } EOC \quad \text{Nên } BOP = 90^\circ \\ EBC; EOC \text{ là hai góc kề bù} \end{array} \right.$

Gọi K là giao điểm của OF và BP.

Dùng đường trung bình của hình thang ta chứng minh được K là trung điểm của BP.

$\Delta OPB$  vuông tại O có OK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BP.

$$\Rightarrow KO = KP = KB = \frac{PB}{2} \Rightarrow \dots \Rightarrow KO \perp CD$$

$\Rightarrow$  đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABP$  tiếp xúc với CD.

Cách 2:

Gọi J là giao điểm của BO và AM, T là giao điểm của OB và EC.

Kẻ  $BL \perp AE \Rightarrow BL$  là đường cao của  $\Delta ABE$  cân tại B.

$\Rightarrow BL$  là phân giác của ABE. Mà BO là phân giác của CBE.

Nên  $LBJ = 45^\circ \Rightarrow \Delta JLB$  vuông cân tại L.  $\Rightarrow \Delta JET$  vuông cân tại T.

$$\Rightarrow JET = 45^\circ \Rightarrow DEM = MEC = 45^\circ \Rightarrow MD = CM$$

$\Rightarrow M$  là điểm chính giữa của DC  $\Rightarrow IM = DC \Rightarrow \dots \Rightarrow IM \perp DC$

$\Rightarrow$  đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABP$  tiếp xúc với CD.

$$\text{Ta có: } PE \cdot BE = OE^2 \Rightarrow PE = a^2 : (2a) = \frac{a}{2} \Rightarrow FD = PE = \frac{a}{2}$$

$$\text{Ta có: } AP = 2a - \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}; \text{ Do đó: } \frac{AP}{PD} = 3$$

c) AE cắt T tại M (M khác E). Tính AM theo a.

Làm theo cách 1 câu b)

Ta có:  $IEF = ICD, ICD = IAF \Rightarrow IEF = IAF$

$\Rightarrow$  Tứ giác AFIE nội tiếp  $\Rightarrow IEM = AFI = 90^\circ \Rightarrow IM$  là đường kính của đường tròn T  
 $\Rightarrow I, O, M$  thẳng hàng.

Làm theo cách 2 câu b) không cần phân tích

Vậy I, O, M, F thẳng hàng.  $\Rightarrow FM = 3a$ .

$$\Delta ADF$$
 vuông tại F  $\Rightarrow AM^2 = AF^2 + FM^2 \Rightarrow AM^2 = 9a^2 + a^2 = 10a^2, AM > 0$

$$\text{Do đó: } AM = \sqrt{10}a$$

 **HẾT** 